

# 基于三角形骨架坐标的图象渐变算法

张永华

赵恒

(杭州新利电子有限公司图象技术研究所, 杭州 310009) (杭州商学院, 杭州 310035)

**摘要** 为快速进行不规则多边形区域内的数字图象渐变处理, 提出了一种基于三角形骨架坐标的图象渐变算法, 即先将图象区域分割为若干个三角形区域, 再逐个对这些三角形区域建立象素点的骨架坐标, 这样三角形骨架外壳的改变就会带动其内部图象的渐变, 并根据骨架坐标变换, 推导三角形区域内象素点坐标随外壳三角形顶点改变的计算公式, 进而建立了骨架外壳改变后的新象素点与原始象素点间的颜色对应关系. 利用该不规则多边形区域内的图象渐变算法, 可解决运动模拟等常见图象的变形问题.

**关键词** 计算机动画 骨架方法 图象渐变

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2001)04-0365-04

## An Image Deformation Algorithm Based on Triangle Skeleton Coordinate

ZHANG Yong-hua

ZHAO heng

(Hangzhou Singlee Electronics Co., Ltd., Hangzhou 310009) (Hangzhou Institute of Commerce, Hangzhou 310035)

**Abstract** In order to realize digital image deformation in an irregular polygon area rapidly, an image deformation algorithm is presented, which is based on triangle skeleton coordinate. First, any irregular polygon image area can be divided to a few of triangle areas. Then, according to skeleton coordinate system of triangle shell, skeleton coordinate can be calculated for any pixel in every triangle area. Because any change of a triangle shell will cause particular image deformation inside it, the change of a triangle shell can be designed intentionally to control image deformation inside it. Using skeleton coordinate system, a formula is proposed which can be used to compute any variation of a pixel's coordinate when a triangle shell is changed. Based on the formula, a corresponding relation of color is established between a new pixel after triangle shell change and original image pixels. Using the image deformation algorithm in an irregular polygon area, some image deformation problems such as motion simulation can be solved.

**Keywords** Computer animation, Skeleton technique, Image deformation

## 0 引言

图象渐变是计算机动画的重要内容. 在实际动画制作中, 经常会碰到不规则多边形区域的图象渐变问题, 但该工作中主要存在如下两个问题: (1) 如何建立区域内象素点间的对应关系; (2) 如何快速生成中间过渡图象.

骨架方法是计算机图形学中处理关键帧插值的一种控制方法<sup>[1]</sup>. 近年来, 其在进行二维计算机动画的运动和变形模拟中, 得到了越来越多的应用<sup>[2~4]</sup>. 以前, 骨架方法采用的是四边形骨架外壳, 后来人们

发现, 若采用三角形骨架外壳, 即使对于不规则多边形区域的图象渐变问题, 也可以采用骨架方法. 该方法是首先对首尾图象建立具有对应关系的三角形骨架外壳, 然后利用骨架坐标变换, 来计算出每个象素点的局部坐标. 在整个渐变过程中, 可以用局部坐标来建立前后图象之间的一一对应关系, 而利用首尾骨架外壳顶点的插值, 即可得到中间过渡图象的骨架外壳顶点. 由于骨架坐标变换是可逆的, 因此对于每帧中间过渡图象, 根据骨架外壳顶点的位移, 也可反过来确定区域内每个新象素点的全局坐标与局部坐标的对应关系. 由此, 即可以设计一种算法, 以便快速得到每一帧中间过渡图象.

## 1 三角形外壳骨架坐标系统

任何一个不规则多边形都可分割为若干个三角形,且不规则多边形区域内的任一象素点必属于某个三角形.如图1所示,设 $P_1, P_2, P_3$ 是某一三角形的3个顶点,那么,该三角形内任一图象点的坐标均可转化为与该三角形有关的一个局部坐标( $l, w$ ).

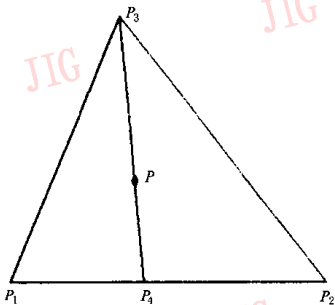


图1 三角形骨架外壳

下面推导三角形内任一点 $P$ 的整体坐标( $x, y$ )到局部坐标( $l, w$ )之间的转换公式.

设过 $P$ 点的一直线 $P_3P$ 交 $P_1P_2$ 于 $P_4$ 点,则 $P$ 点的局部坐标为

$$l = \frac{|P_1P_4|}{|P_1P_2|} \quad (1)$$

$$w = \frac{|P_3P|}{|P_3P_4|}$$

反过来,若已知 $P$ 点的局部坐标( $l, w$ ),则

$$x_4 = x_1 + l(x_2 - x_1) \quad (2)$$

$$y_4 = y_1 + l(y_2 - y_1)$$

其中 $(x_i, y_i)$ 是点 $P_i$ 的整体坐标.

将式(2)代入下式

$$\frac{x - x_3}{x_4 - x_3} = \frac{y - y_3}{y_4 - y_3} = w \quad (3)$$

得

$$\frac{x - x_3}{x_1 - x_3 + l(x_2 - x_1)} = \frac{y - y_3}{y_1 - y_3 + l(y_2 - y_1)} \quad (4)$$

可化为

$$l = \frac{(x_1 - x_3)(y - y_3) - (x - x_3)(y_1 - y_3)}{(x - x_3)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y - y_3)} = \frac{\begin{vmatrix} x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x - x_3 & y - y_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x - x_3 & y - y_3 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \end{vmatrix}} \quad (5)$$

此时,将解出的 $l$ 代入下式,可得

$$w = \frac{x - x_3}{x_4 - x_3} = \frac{x - x_3}{x_1 - x_3 + l(x_2 - x_1)} \quad (6)$$

当 $x = x_3$ 且 $y = y_3$ 时, $l$ 可取0~1间的任何数(不妨取为1/2).

## 2 全局坐标对骨架顶点改变的分解计算

由于外壳三角形顶点的改变,会导致具有相同局部坐标点的全局坐标的改变(如图2),所以改变后的全局坐标可由骨架坐标逆变换求出.

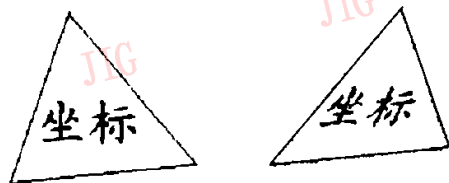


图2 外壳三角形带动内部图象的改变

为了简单起见,可认为三角形的某个顶点(不妨设为 $P_1$ )保持不动,不然的话,无非是增加一个区域内全体象素点的统一平移过程.而对于另外两个顶点(设它们为 $P_2, P_3$ )的位移,则需进一步分解为横坐标 $x$ 和纵坐标 $y$ 的改变.下面分别就各种不同的改变来考虑其对区域内图象点全局坐标的影响.

设 $P(x, y)$ 是区域内的某一图象点; $P_i(x_i, y_i)$ ( $i=1, 2, 3$ )是三角形骨架外壳的顶点, $P_4(x_4, y_4)$ 是直线 $P_3P$ 与 $P_1P_2$ 的交点,而 $P_i(x_i, y_i)$ ( $i=1, 2, 3, 4$ )和 $P(x, y)$ 发生改变后,则表示为 $P'_i(x'_i, y'_i)$ ( $i=1, 2, 3, 4$ )和 $P'(x', y')$ .

根据骨架坐标变换,可以得到局部坐标( $l, w$ )与整体坐标( $x, y$ )之间的关系为

$$\begin{cases} x = (1 - w)x_3 + wx_1 + wl(x_2 - x_1) \\ y = (1 - w)y_3 + wy_1 + wl(y_2 - y_1) \end{cases} \quad (7)$$

分别对其求偏导数,可得

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial x_2} = wl & \frac{\partial x}{\partial x_3} = 1 - w \\ \frac{\partial y}{\partial y_2} = wl & \frac{\partial y}{\partial y_3} = 1 - w \end{cases} \quad (8)$$

于是

$$\begin{cases} \Delta x = x' - x = wl\Delta x_2 + (1 - w)\Delta x_3 \\ \Delta y = y' - y = wl\Delta y_2 + (1 - w)\Delta y_3 \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\Delta x_2 = x'_2 - x_2, \Delta x_3 = x'_3 - x_3, \Delta y_2 = y'_2 - y_2,$

$$\Delta y_3 = y'_3 - y_3.$$

即

$$\begin{cases} x' = x + w\Delta x_2 + (1 - w)\Delta x_3 \\ y' = y + w\Delta y_2 + (1 - w)\Delta y_3 \end{cases} \quad (10)$$

### 3 基于骨架坐标的图象渐变方法

若建立好的骨架外壳发生改变,则会使其包围的区域同时发生改变,并且还会影响到其内部点的相对位置。由此可见,如何确定这些点与原始象素的对应关系,进而确定它们的颜色属性,是不规则多边形区域图象渐变的一个重要问题。在建立了三角形外壳骨架坐标后,即可采用其局部坐标来架构新象素点与原始象素点的对应关系。

设  $P'(x', y')$  是任一图象渐变后的新象素点,那么利用骨架坐标变换公式,即可计算出它基于新的骨架外壳的局部坐标  $(l', w')$ 。但这里要求  $0 \leq l' \leq 1$   $0 \leq w' \leq 1$ , 否则该点不属于该骨架外壳包围的区域。

用式(10),即可反求出该点对应到原始图象中的坐标

$$\begin{cases} x = x' - w'l'\Delta x_2 - (1 - w')\Delta x_3 \\ y = y' - w'l'\Delta y_2 - (1 - w')\Delta y_3 \end{cases} \quad (11)$$

由于数字图象是离散的,因此当骨架外壳发生变形以后,原始图象和目标图象在同一骨架外壳内的象素点数可能不一定相同,这时,就会出现原始图象中的一个象素点对应目标图象中的多个象素点或原始图象中的多个象素点对应目标图象中的一个象素点的情况,从而产生某些象素点对应关系的不确定性。为了避免这种不确定性,可以采取双线性插值的方法。

假设原始数字图象可表示为一个  $M \times N$  的矩形点阵,它可用下式表示

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots & f(M-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中  $f$  表示所在点的颜色,而且图象变形后,其图象数据仍可表示为一个  $M \times N$  的矩形点阵,其颜色用  $f'$  表示。对于任一骨架区域内的新象素点  $P'(x', y')$  依据其所在骨架外壳,有

$$f'(x', y') = (x - [x])[y - [y]]([x][y]) + (1 - x + [x])[y - [y]]([x] + 1)[y]) + (x - [x])[1 - y + [y]]([x][y] + 1) + (1 - x + [x])[1 - y + [y]]([x] + 1)[y] + 1) \quad (13)$$

其中  $[ \ ]$  表示取整  $(x, y)$  是  $P'(x', y')$  对应到原始图象中的坐标。

若新象素点  $P'(x', y')$  不属于任一骨架外壳,则按底色赋值。

### 4 小结

骨架方法将整个图象变形过程分解为两个层次,其中,第一层次是骨架外壳的变形,由于它仅涉及少数几个顶点,因此完全可以设计各种不同的插值方法,使中间过程得到的顶点位置具有各种特殊的运动轨迹,进而可使整个图象变形具有特殊的效果,第二层次是由骨架外壳变形引起的内部图象变形,这一过程的完成可利用上述简便易行的分解算法,因为该算法不会因顶点运动复杂程度的增加,而增加其计算工作量。由此可见,骨架方法为不规则多边形区域图象渐变提供了一种较好的方法。

人们可以将这种方法应用于诸如动物图象的运动模拟(图3)、人脸图象的表情改变等图象渐变领域。在实际运用中,首先,可以人机交互地指定骨架外壳,然后通过控制骨架外壳的变形来带动整幅图象的变形。由于已将不规则多边形区域分割为若干个三角形区域,因此在中间过渡图象生成时,需要判定所求象素点是否属于不规则多边形区域和所隶属的三角形骨架外壳的编号。在具体计算中,可采用逐个计算三角形骨架外壳其局部坐标值的方法,然后看局部坐标值是否介于 0, 1 之间,直至判断出其属于某一骨架外壳。若不属于任一三角形骨架外壳,则它也不属于指定的不规则多边形区域,此时即可以



图 3 动物图象的运动模拟

直接进行底色绘制.

### 参考文献

- 1 Burtynk N, Wein M. Interactive skeleton techniques for enhancing motion dynamics in key-frame animation, Comm. ACM, 1976, 19:564569.
- 2 Wolberg G. Skeleton-based image warping. The Visual Computer, 1989, 5(1/2):95108.
- 3 Litwinowicz, Peter C. Inkwell: A 2D animation system. In: Proceedings of SIGGRAPH91, Computer Graphics, 1991, 25(4):113121.
- 4 Hsu S C, Irene H H. LEE. Drawing and animation using skeletal strokes. In: Proceedings of SIGGRAPH94, Computer Graphics, 1994, 28(3):109118.

张永华 讲师, 1964年生, 1995年获浙大应用数学系硕士学位. 主攻计算机辅助几何设计与图形学. 现在杭州新利电子有限公司图象研究所工作. 主要研究方向为计算机图形学、系统仿真、计算机辅助设计.

赵恒 讲师, 1966年生, 1995年获浙大应用数学系硕士学位. 主攻计算机辅助几何设计与图形学. 现在杭州商学院任教. 主要研究方向为计算机图形学、中文信息处理、计算机辅助设计.